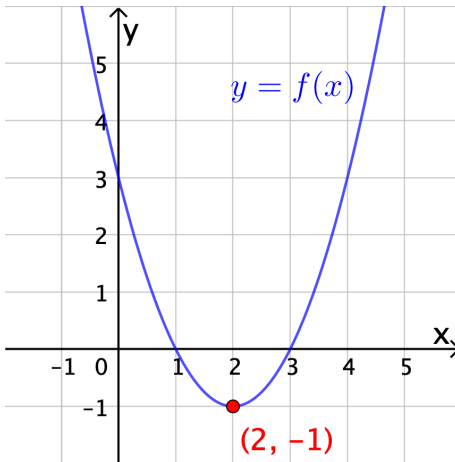


6.1

Piirretään geometriaohjelmalla funktion $f(x) = x^2 - 4x + 3$ kuvaaja.



- a) Kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli.
- b) Paraabelin huippu on pisteessä $(2, -1)$.
- c) Funktion f pienin arvo on paraabelin huipun y -koordinaatti -1 .

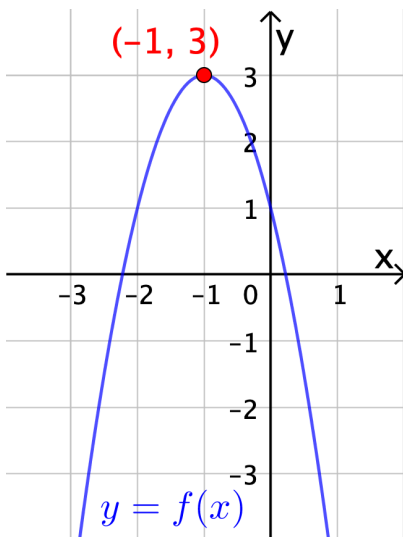
Kun etäännyttään huipusta vasemmalle tai oikealle, y -koordinaatit kasvavat koko ajan, joten mikään y -koordinaatti ei ole kaikkia muita suurempi. Siten funktiolla f ei ole suurinta arvoa.

Vastaus

- a) ylöspäin b) $(2, -1)$ c) pienin arvo -1 , ei suurinta arvoa

6.2

Piirretään geometriaohjelmalla funktion $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$ kuvaaja.



- a) Kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli.
- b) Paraabelin huippu on pisteessä $(-1, 3)$.
- c) Funktion f suurin arvo on paraabelin huipun y -koordinaatti 3.

Kun etäännyttään huipusta vasemmalle tai oikealle, y -koordinaatit pienenevät koko ajan, joten mikään y -koordinaatti ei ole kaikkia muita pienempi. Siten funktiolla f ei ole pienintä arvoa.

Vastaus

- a) alaspäin b) $(-1, 3)$ c) suurin arvo 3, ei pienintä arvoa

6.3

- a) Paraabelin $y = -3x^2 + 12x - 5$ huipun x -koordinaatti löydetään ratkaisemalla funktion $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$ derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = -3 \cdot 2x + 12 = -6x + 12$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{aligned} -6x + 12 &= 0 & | -12 \\ -6x &= -12 & | :(-6) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Paraabelin huipun x -koordinaatti on $x = 2$.

Lasketaan paraabelin huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 12x - 5 & \text{Sijoitetaan } x = 2. \\ &= -3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 - 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Paraabelin huippu on pisteessä $(2, 7)$.

Paraabeli aukeaa alaspäin, koska termin x^2 kerroin -3 on negatiivinen.

- b) Paraabelin $y = x^2 - 5x + 8$ huipun x -koordinaatti löydetään ratkaisemalla funktion $f(x) = x^2 - 5x + 8$ derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 2x - 5$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} 2x - 5 = 0 & | +5 \\ 2x = 5 & | : 2 \\ x = 2,5 \end{array}$$

Paraabelin huipun x -koordinaatti on $x = 2,5$.

Lasketaan paraabelin huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 5x + 8 && \text{Sijoitetaan } x = 2,5. \\ &= 2,5^2 - 5 \cdot 2,5 + 8 \\ &= 1,75 \end{aligned}$$

Paraabelin huippu on pisteessä $(2,5; 1,75)$.

Paraabeli aukeaa ylöspäin, koska termin x^2 kerroin 1 on positiivinen.

Vastaus

a) $(2, 7)$, aukeaa alaspäin

b) $(2,5; 1,75)$, aukeaa ylöspäin

6.4

a) Funktion $f(x) = 3 + 4x - x^2 = -x^2 + 4x + 3$ kuvaaja aukeaa alaspäin, koska termin x^2 kerroin -1 on negatiivinen.

b) Funktion $f(x) = 3 + 4x - x^2$ derivaattafunktio on

$$f'(x) = 0 + 4 - 2x = 4 - 2x.$$

c) Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} 4 - 2x = 0 & | -4 \\ -2x = -4 & | :(-2) \\ x = 2 \end{array}$$

Paraabelin huippu on kohdassa $x = 2$.

d) Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= 3 + 4x - x^2 \\ &= 3 + 4 \cdot 2 - 2^2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

6.5

Funktion $f(x) = 6x - x^2$ kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli (koska termin x^2 kerroin -1 on negatiivinen).

- a) Funktion suurin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti.
Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 6 - 2x.$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} 6 - 2x = 0 & | -6 \\ -2x = -6 & | : (-2) \\ x = 3 \end{array}$$

Huipun x -koordinaatti on $x = 3$.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(3) = 6 \cdot 3 - 3^2 = 9$$

Funktion suurin arvo on 9 .

- b) Funktiolla ei ole pienintä arvoa.

Vastaus

- a) 9 b) ei pienintä arvoa

6.6

Funktion $f(x) = x^2 - 18x + 6$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli.

- a) Funktiolla ei ole suurinta arvoa.
- b) Funktion pienin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti.
Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 2x - 18.$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$2x - 18 = 0 \quad | +18$$

$$2x = 18 \quad | :2$$

$$x = 9$$

Huipun x -koordinaatti on $x = 9$.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(9) = 9^2 - 18 \cdot 9 + 6 = -75$$

Funktion pienin arvo on -75 .

Vastaus

a) ei suurinta arvoa b) -75

6.7

Luvun x neliö on x^2 .

Siis funktio $f(x) = x + x^2$.

Funktion $f(x) = x + x^2$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli. Funktion pienin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 1 + 2x.$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$1 + 2x = 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = -\frac{1}{2}$$

Huipun x -koordinaatti on $x = -\frac{1}{2}$.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Lasketaan CAS-laskimella.

Funktion pienin arvo on $-\frac{1}{4}$.

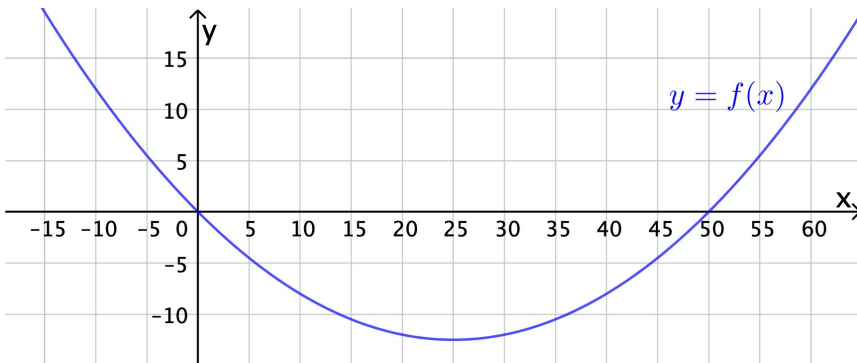
Summan arvo on pienin, kun $x = -\frac{1}{2}$. Tällöin summa on $-\frac{1}{4}$.

Vastaus

$$x = -\frac{1}{2}, \text{ summa } -\frac{1}{4}.$$

6.8

Havainnollistetaan tilannetta piirtämällä funktion $f(x) = 0,02x^2 - x$ kuvaaja.



Jokiuoman leveys saadaan laskettua, kun ensin ratkaistaan funktion f kuvaajan ja x -akselin leikkauskohdat eli funktion f nollakohdat.

$$0,02x^2 - x = 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = 50$$

Jokiuoman leveys on $50 - 0 = 50$ (m).

Jokiuoman syvyys saadaan selville, kun määritetään kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään funktion $f(x) = 0,02x^2 - x$ derivaattafunktio.

$$f'(x) = 0,02 \cdot 2x - 1 = 0,04x - 1$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$0,04x - 1 = 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 25$$

Paraabelin huipun x -koordinaatti on $x = 25$. Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(25) = 0,02 \cdot 25^2 - 25 = -12,5$$

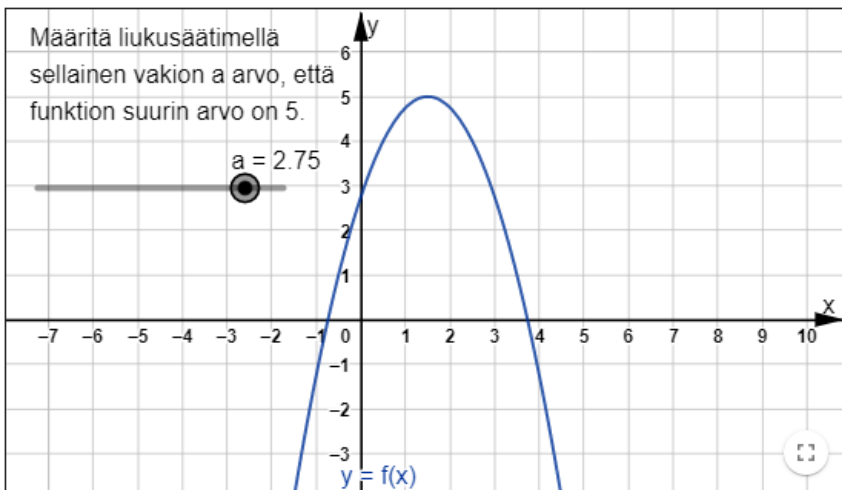
Jokiuoman syvyys on 12,5 m.

Vastaus

leveys 50 m, syvyys 12,5 m

6.9

- a) Appletin perusteella funktion f suurin arvo on 5, kun $a \approx 2,75$.



- b) Funktion $f(x) = -x^2 + 3x + a$ kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli. Funktion suurin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = -2x + 3$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$-2x + 3 = 0$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 1,5$$

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(1,5) = -1,5^2 + 3 \cdot 1,5 + a = 2,25 + a$$

Funktion suurin arvo on $2,25 + a$. Toisaalta suurimman arvon tulee

olla 5. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan vakio a .

$$\begin{aligned} 2,25 + a &= 5 & | -2,25 \\ a &= 2,75 \end{aligned}$$

Vastaus

a) $a \approx 2,75$ **b)** $a = 2,75$

6.10

Paraabelin $y = x^2 + bx + 13$ huipun x -koordinaatti on funktion $f(x) = x^2 + bx + 13$ derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 2x + b$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} 2x + b = 0 & | & -b \\ 2x = -b & | & : 2 \\ x = -\frac{b}{2} \end{array}$$

Huipun x -koordinaatin tulee olla -5 . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan vakio b .

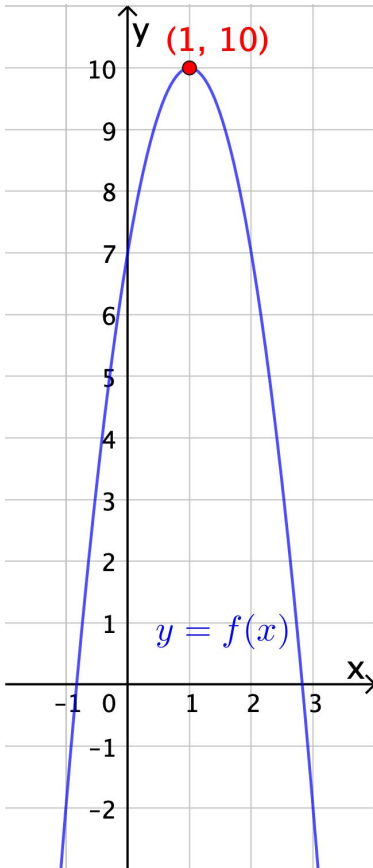
$$\begin{array}{rcl} -\frac{b}{2} = -5 & | & \cdot 2 \\ -b = -10 & | & \cdot (-1) \\ b = 10 \end{array}$$

Vastaus

$$b = 10$$

6.11

Piirretään geometriaohjelmalla funktion $f(x) = -3x^2 + 6x + 7$ kuvaaja.



- a) Kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli.
- b) Paraabelin huippu on pisteessä $(1, 10)$.
- c) Funktion f suurin arvo on paraabelin huipun y -koordinaatti 10.

Kun etäännyttään huipusta vasemmalle tai oikealle, y -koordinaatit

pienenevät koko ajan, joten mikään y -koordinaatti ei ole kaikkia muita pienempi. Siten funktiolla f ei ole pienintä arvoa.

Vastaus

a) alaspäin **b)** (1, 10) **c)** suurin arvo 10, ei pienintä arvoa

6.12

- a) Paraabelin $y = -x^2 + 6x - 9$ huipun x -koordinaatti löydetään ratkaisemalla funktion $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = -2x + 6$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} -2x + 6 = 0 & | -6 \\ -2x = -6 & | :(-2) \\ x = 3 \end{array}$$

Paraabelin huipun x -koordinaatti on $x = 3$.

Lasketaan paraabelin huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x - 9 && \text{Sijoitetaan } x = 3. \\ &= -3^2 + 6 \cdot 3 - 9 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Paraabelin huippu on pisteessä $(3, 0)$.

Paraabeli aukeaa alaspäin, koska termin x^2 kerroin -1 on negatiivinen.

- b) Paraabelin $y = 3x^2 - 15x + 9$ huipun x -koordinaatti löydetään ratkaisemalla funktion $f(x) = 3x^2 - 15x + 9$ derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 6x - 15$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} 6x - 15 = 0 & | +15 \\ 6x = 15 & | : 6 \\ x = 2,5 \end{array}$$

Paraabelin huipun x -koordinaatti on $x = 2,5$.

Lasketaan paraabelin huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 15x + 9 && \text{Sijoitetaan } x = 2,5. \\ &= 3 \cdot 2,5^2 - 15 \cdot 2,5 + 9 \\ &= -9,75 \end{aligned}$$

Paraabelin huippu on pisteessä $(2,5; -9,75)$.

Paraabeli aukeaa ylöspäin, koska termin x^2 kerroin 3 on positiivinen.

Vastaus

a) $(3, 0)$, aukeaa alaspäin

b) $(2,5; -9,75)$, aukeaa ylöspäin

6.13

Funktion $f(x) = x^2 - 3x + 4$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli.

- a) Funktiolla ei ole suurinta arvoa.
- b) Funktion pienin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti.
Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 2x - 3.$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3 = 0 & | +3 \\ 2x = 3 & | :2 \\ x = 1,5 \end{array}$$

Huipun x -koordinaatti on $x = 1,5$.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(1,5) = 1,5^2 - 3 \cdot 1,5 + 4 = 1,75$$

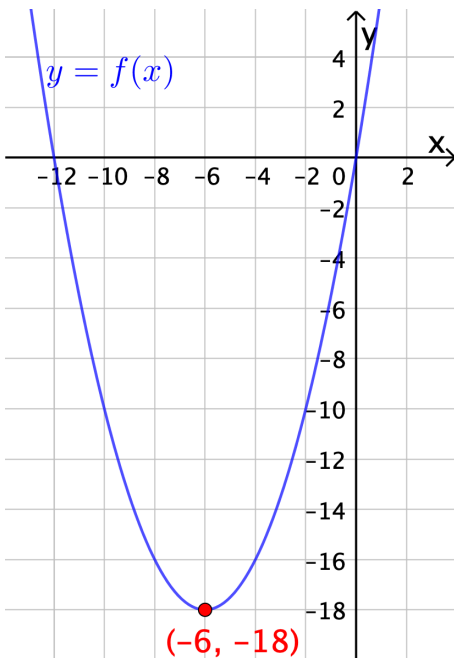
Funktion pienin arvo on $1,75$.

Vastaus

a) ei suurinta arvoa b) $1,75$

6.14

Piirretään geometriaohjelmalla funktion $f(x) = 0,5x^2 + 6x$ kuvaaja.



Paraabelin huippu on pisteessä $(-6, -18)$.

Funktion f pienin arvo on paraabelin huipun y -koordinaatti -18 .

Kun etäännyttään huipusta vasemmalle tai oikealle, y -koordinaatit suurenevät koko ajan, joten mikään y -koordinaatti ei ole kaikkia muita suurempi. Siten funktiolla f ei ole suurinta arvoa.

Vastaus

huippu $(-6, -18)$, ei suurinta arvoa, pienin arvo -18

6.15

Funktion $f(x) = -x^2 - 10x - 7$ kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli.

Funktion suurin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = -2x - 10.$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{array}{rcl} -2x - 10 = 0 & | +10 \\ -2x = 10 & | :(-2) \\ x = -5 \end{array}$$

Huipun x -koordinaatti on $x = -5$, joten funktio saa suurimman arvonsa kohdassa $x = -5$.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(-5) = -(-5)^2 - 10 \cdot (-5) - 7 = 18$$

Funktion suurin arvo on 18.

Vastaus

kohdassa $x = -5$, suurin arvo 18

6.16

Luvun x neliö on x^2 .

Lukua x ykkösen verran suuremman luvun neliö on $(x + 1)^2$.

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee näiden lukujen summan.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + (x + 1)^2 && \text{Sievennetään CAS-laskimella.} \\ &= 2x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

Funktion $f(x) = 2x^2 + 2x + 1$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli. Funktion pienin arvo on kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = 2 \cdot 2x + 2 = 4x + 2.$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{aligned} 4x + 2 &= 0 && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Huipun x -koordinaatti on $x = -\frac{1}{2}$.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 && \text{Lasketaan CAS-laskimella.} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Funktion pienin arvo on $\frac{1}{2}$.

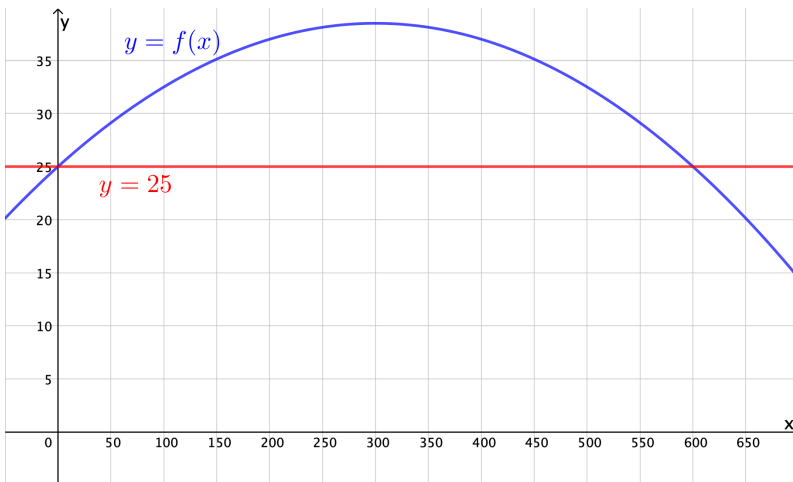
Vastaus

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 1, \text{ pienin arvo } \frac{1}{2}$$

6.17

Havainnollistetaan tilannetta piirtämällä funktion

$f(x) = -0,00015x^2 + 0,09x + 25$ kuvaaja ja suora $y = 25$.



- a) Sillan keskikohdan etäisyys veden pinnasta (x -akseli) saadaan selville, kun määritetään kuvaajaparaabelin huipun y -koordinaatti. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään funktion $f(x) = -0,00015x^2 + 0,09x + 25$ derivaattafunktio.

$$f'(x) = -0,00015 \cdot 2x + 0,09 = -0,0003x + 0,09$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{aligned} -0,0003x + 0,09 &= 0 && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ x &= 300 \end{aligned}$$

Paraabelin huipun x -koordinaatti on $x = 300$. Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$y = f(300) = -0,00015 \cdot 300^2 + 0,09 \cdot 300 + 25 = 38,5$$

Sillan keskikohdan etäisyys vedenpinnasta on 38,5 metriä.

- b)** Joen leveys saadaan laskettua, kun ensin ratkaistaan funktion f kuvaajan ja suoran $y = 25$ leikkauskohdat. Leikkauskohdissa funktion f arvo on 25.

$$f(x) = 25$$

$$-0,00015x + 0,09x + 25 = 25 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = 600$$

Joen leveys on $600 - 0 = 600$ (m).

Vastaus

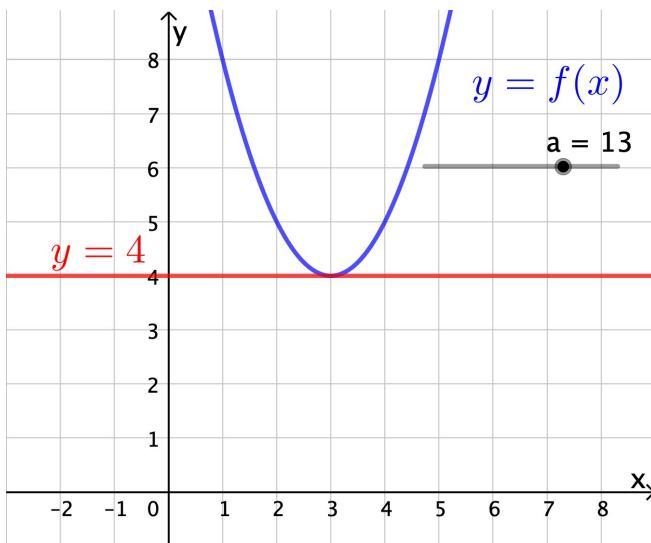
a) 38,5 m **b)** 600 m

6.18

- a) Lisätään liikusäädin vakiolle a .
(minimi esimerkiksi -30 ja maksimi esimerkiksi 30)

Piirretään paraabeli $y = x^2 - 6x + a$ ja suora $y = 4$.

Etsitään liikusäätimen avulla sellainen vakion a arvo, että paraabelin huippu on suoralla $y = 4$.



Paraabelin huippu on suoralla $y = 4$, kun vakio $a \approx 13$.

- b) Paraabelin $y = x^2 - 6x + a$ huippu on suoralla $y = 4$, kun huipun y -koordinaatti on 4. Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = -2x - 6$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{aligned}-2x - 6 &= 0 \\ x &= 3\end{aligned}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned}y &= 3^2 - 6 \cdot 3 + a \\ &= -9 + a\end{aligned}$$

$$y = x^2 - 6x + a, \text{ missä } x = 3$$

Huipun y -koordinaatin tulee olla 4. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan vakio a .

$$\begin{aligned}-9 + a &= 4 & | +9 \\ a &= 13\end{aligned}$$

Vastaus

a) $a \approx 13$ **b)** $a = 13$

6.19

Funktion $f(x) = -x^2 + bx + c$ kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli. Koska funktion suurin arvo on $f(-4) = 10$, niin huipun x -koordinaatti on -4 ja y -koordinaatti 10 .

Huipun x -koordinaatti on derivaattafunktion nollakohta.

Määritetään derivaattafunktio.

$$f'(x) = -2x + b$$

Ratkaistaan derivaattafunktion nollakohta.

$$\begin{aligned} -2x + b &= 0 & | -b \\ -2x &= -b & | :(-2) \\ x &= \frac{b}{2} \end{aligned}$$

Huipun x -koordinaatin tulee olla -4 . Ratkaistaan vakio b .

$$\begin{aligned} \frac{b}{2} &= -4 & | \cdot 2 \\ b &= -8 \end{aligned}$$

Lasketaan huipun y -koordinaatti.

$$\begin{aligned} y &= f(-4) & f(x) = -x^2 + bx + c, \text{ missä } b = -8 \\ &= -(-4)^2 - 8 \cdot (-4) + c \\ &= 16 + c \end{aligned}$$

Huipun y -koordinaatin tulee olla 10 . Ratkaistaan vakio c .

$$\begin{aligned} 16 + c &= 10 & | -16 \\ c &= -6 \end{aligned}$$

Vastaus

$b = -8$ ja $c = -6$

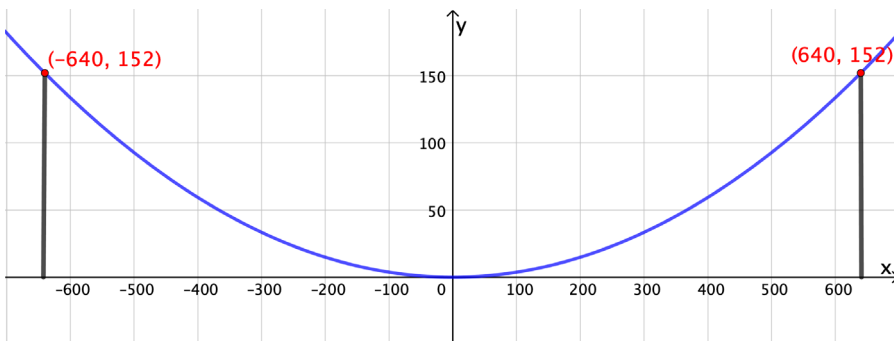
6.20

Vaijeria kuvaavan paraabelin huippu sijaitsee tornien puolivälissä. Siis etäisyys kummastakin tornista on $\frac{1280 \text{ m}}{2} = 640 \text{ m}$.

Koska kaapelia kuvaavan paraabelin huippu sijaitsee origossa $(0, 0)$, sijaitsevat tornit kohdissa $x = -640$ ja $x = 640$.

Koska tornin huippu on 152 metriä korkeammalla kuin vaijerin alin kohta, sijaitsevat tornien huiput pisteissä $(-640, 152)$ ja $(640, 152)$.

Tilanteesta voi hahmotella kuvan vaikka suttupaperille.



- a) Paraabeli kulkee pisteen $(640, 152)$ kautta, ja sen yhtälö on $y = ax^2$. Ratkaistaan kertoimen a arvo.

$$y = ax^2$$

Sijoitetaan $x = 640$ ja $y = 152$.

$$152 = a \cdot 640^2$$

$$a = \frac{19}{51\,200} \approx 0,000\,371\,094$$

Kerroin $a \approx 0,000\,371\,094$.

- b) Vaijerin jyrkkyyden kohdassa, jossa se kohtaa tornin, ilmaisee paraabelille piirretyn tangentin kulmakerroin. Lasketaan paraabelin

tangentin kulmakerroin pisteessä $(640, 152)$, jossa vaijeri kohtaa tornin. Tangentin kulmakerroin on derivaatan arvo kohdassa $x = 640$.

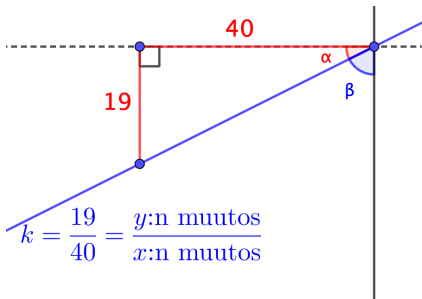
$$\text{Derivoidaan } y(x) = ax^2 = \frac{19}{51200}x^2.$$

$$y'(x) = \frac{19}{51200} \cdot 2x = \frac{19}{25600}x$$

Lasketaan tangentin kulmakerroin.

$$\begin{aligned} k &= y'(640) \\ &= \frac{19}{25600} \cdot 640 \\ &= \frac{19}{40} \end{aligned}$$

Tangenttisuoran kulmakertoimen avulla voidaan ratkaista tangenttisuoran ja vaakasuunnan välisen kulman α suuruus. Kysytty kulma on tangenttisuoran ja pystysuunnan välisen kulman β suuruus.



$$\tan \alpha = \frac{19}{40}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{19}{40}\right) \approx 25,408^\circ$$

Lasketaan kysytyn kulman β suuruus.

$$\begin{aligned}
 \beta &= 90^\circ - \alpha \\
 &= 90^\circ - 25,408^\circ \\
 &= 64,592^\circ \approx 65^\circ
 \end{aligned}$$

Vastaus

a) $a \approx 0,000\ 371\ 093$ **b)** 65°

6.21

- 1) Tarkastellaan ensin, voidaanko yhtälön $p(x) = 0$ ratkaisujen lukumäärä päätellä annettujen tietojen perusteella.

Toisen asteen polynomin $p(x)$ kuvaaja on joko alaspäin tai ylöspäin aukeava paraabeli. Yhtälön $p(x) = 0$ ratkaisut ovat paraabelin ja x -akselin leikkauskohdat. Paraabelilla ja x -akselilla voi olla **nolla**, **yksi** tai **kaksi** leikkauskohtaa.

Jos leikkauskohtia on **nolla**, niin paraabeli sijaitsee kokonaan x -akselin alapuolella tai yläpuolella. Tällöin funktion $p(x)$ arvot ovat samanmerkkisiä. Koska funktion arvot $p(-2)$ ja $p(1)$ ovat erimerkkiset, paraabeli ei sijaitse kokonaan samalla puolella x -akselia.

Jos leikkauskohtia on **yksi**, niin paraabeli sivuaa x -akselia. Tällöin funktion $p(x)$ arvo on nolla yhdessä kohdassa, ja kaikkialla muualla funktion arvo on joko positiivinen tai negatiivinen. Koska funktion arvot $p(-2)$ ja $p(1)$ ovat erimerkkiset, paraabeli ei sivua x -akselia.

Paraabeli siis leikkaa x -akselin **kahdesti**, jolloin yhtälöllä $p(x) = 0$ on kaksi ratkaisua.

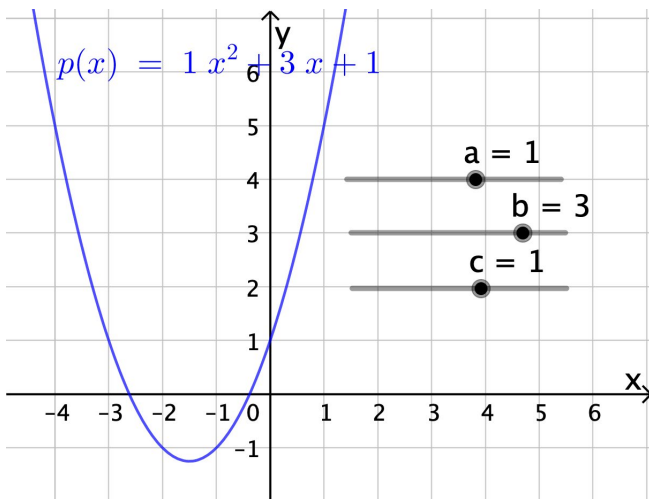
Yhtälön $p(x) = 0$ ratkaisujen lukumäärän voi päätellä.

- 2) Tarkastellaan seuraavaksi, voidaanko termin x^2 kertoimen etumerkki päätellä annettujen tietojen perusteella.

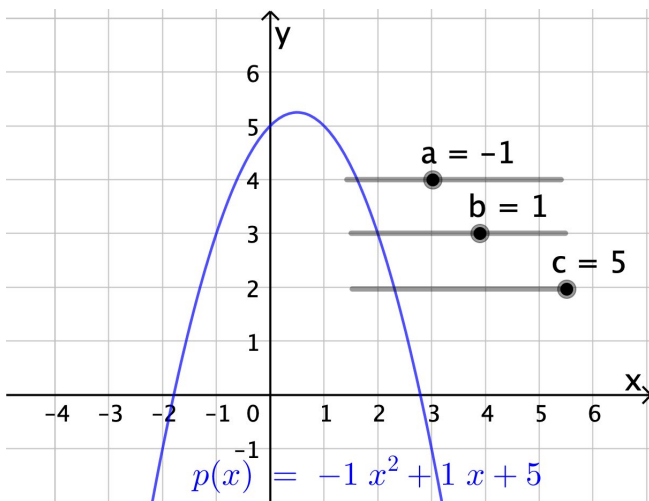
Piirretään toisen asteen polynomin $p(x) = ax^2 + bx + c$ kuvaaja.

Lisätään liukusäätimet a , b ja c . Tutkitaan kuvaajan avulla paraabeleja, joiden arvo kohdassa $x = -2$ on negatiivinen ja kohdassa $x = 1$ positiivinen.

Kerroin voi olla positiivinen (kuvassa $+1$).



Kerroin voi olla negatiivinen (kuvassa -1).



Termin x^2 kertoimen etumerkkiä ei siis voida päätellä.